Theoretische Physik I

Präsenzübung Nr. 3 — 26/27.10.2004

P08 *Lagrangeformalismus*

Bestimmen Sie für die folgenden Probleme die Lagrangefunktion und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichungen her.

a) Ein Massepunkt m gleitet unter Einfluß der Schwerkraft reibungsfrei auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel β.

b) Der Aufhängungspunkt (Masse M) eines Fadenpendels (Masse m) bewegt sich unter dem Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel β.

P09 *Schwingungsdauer beim Fadenpendel*

Erläutern Sie kurz folgende Formel für ein Fadenpendel:

$$E = mg\ell(1-\cos\varphi_0) = mg\ell(1-\cos\varphi) + \frac{1}{2}m\ell^2\dot{\varphi}^2 \ .$$

Berechnen Sie anschließend die Schwingungsdauer T, indem Sie die Identität $\cos\varphi = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ sowie die Substitution $\sin\alpha = \sin\frac{\varphi}{2} / \sin\frac{\varphi_0}{2}$ verwenden. Außerdem benötigen Sie dann

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}\varphi} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{1-\sin^2\frac{\varphi}{2}}}{\sqrt{\sin^2\frac{\varphi_0}{2} - \sin^2\frac{\varphi}{2}}} \quad ,$$

die Näherung $\frac{1}{\sqrt{1-x}} \approx 1 + \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8}$ sowie $\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}\alpha\sin^2\alpha = \frac{\pi}{4}$ und $\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}\alpha\sin^4\alpha = \frac{3\pi}{16}$.

P10 *Differentialgleichungen*

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen soweit wie möglich:

a) radioaktiver Zerfall: $\dot{N} = -\lambda N$

b) $(x^3+y^3)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x^2 y$

c) $\left(y\left(1+\frac{1}{x}\right) + \cos y\right)\mathrm{d}x + (x + \log x - x\sin y)\,\mathrm{d}y = 0$

d) elektrischer Schwingkreis: $L\ddot{q} + \frac{q}{C} = E_0\cos(pt)$

e) $y' + y\cos(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ (Variation der Parameter, außerdem benötigt man $\int\mathrm{d}x\sin(2x)\mathrm{e}^{\sin x} = \mathrm{e}^{\sin x}(2\sin x - 2) + C$)

f) Wellengleichung: $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$