Theoretische Physik I

Hausübung Nr. 3 — Abgabe: 2.11.2004

H07 *Fadenfederpendel* **[2,5+1,5 Punkte]**

Eine Punktmasse m hängt im Schwerefeld an einer praktisch masselosen Feder mit Gleichgewichtslänge ℓ und Federkonstante k und führt Schwingungen in einer vertikalen Ebene aus.

a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichungen her. Leiten Sie danach die Bewegungsgleichungen noch einmal unter Verwendung der Newtonschen Gesetze her.

b) Für kleine Auslenkungen der Masse m aus der Gleichgewichtslage lassen sich die Bewegungsgleichungen *linearisieren*. Geben Sie für diesen Fall die allgemeine Lösung des Problems an.

H08 *Differentialgleichungen* **[4×1,5+1+1 Punkte]**

Geben Sie die allgemeinen Lösungen zu folgenden Differentialgleichungen an. Wenn möglich, geben sie neben der impliziten Lösung $x(y)$ auch die explizite $y(x)$ an.

a)
$$x^2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + y^2 = xy\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

b)
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{y}{3y^2 - x}$$

c)
$$x^2\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} - 3x\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + 4y = 0$$

d)
$$y\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} - \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2 - 1 = 0$$

e) Es ist bekannt, dass $y = \mathrm{e}^x$ die Gleichung

$$xy'' - (x+1)y' + y = 0$$

löst. Benutzen Sie dies um die Differentialgleichung

$$xy'' - (x+1)y' + y = 2x^2\mathrm{e}^x$$

zu lösen.

f) Die chemische Reaktion $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$ wird durch die Differentialgleichung $\dot{x} = k(1-2x)^2(1-x)$ beschrieben, wobei x die Abnahme der Konzentration von O_2 zum Zeitpunkt t ist. Berechnen Sie mit der Anfangsbedingung $x(0) = 0$ die Reaktionskonstante k mit Hilfe des Messwertes $x(10) = 1/4$.