Theoretische Physik I

Hausübung Nr. 1 | Abgabe: 19.10.2004

H01 *Kugelkoordinaten* **[4 Punkte]**

Die kartesischen Koordinaten eines Ortsvektors $\mathbf{r}$ lassen sich folgendermaßen in Polarkoordinaten (r, ϑ, φ) ausdrücken:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r\sin(\vartheta)\cos(\varphi) \\ r\sin(\vartheta)\sin(\varphi) \\ r\cos(\vartheta) \end{pmatrix} .$$

a) Berechnen Sie in Polarkoordinaten die drei Einheitsvektoren

$$\mathbf{e}_r = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial r}}{\left|\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial r}\right|} , \quad \mathbf{e}_\vartheta = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \vartheta}}{\left|\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \vartheta}\right|} , \quad \mathbf{e}_\varphi = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}}{\left|\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}\right|} ,$$

und zeigen Sie, dass diese für jedes $\mathbf{r}$ eine Orthonormalbasis des dreidimensionalen Euklidischen Raumes bilden.

b) Die Bahn eines punktförmigen Teilchens sei beschrieben durch $\mathbf{r}(t)$, wobei t die Zeit parametrisiere. Berechnen Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung dieses Teilchens in Polarkoordinaten, und drücken Sie das Ergebnis mit Hilfe der drei Vektoren $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\vartheta$ und $\mathbf{e}_\varphi$ aus.

H02 *Raketenschlitten* **[3 Punkte]**

Ein Raketenschlitten wird mit konstanter Ausströmgeschwindigkeit und zeitlich konstantem Treibstoffverbrauch $|\dot{m}| = \mu$ betrieben. Er bewege sich ohne Reibung senkrecht zum Schwerefeld der Erde. Seine Masse betrage m_0 bei vollem und m_1 bei leerem Treibstofftank. Leiten Sie die Bewegungsgleichung her (ausführlich!) und geben Sie die Endgeschwindigkeit des Schlittens an.

H03 *Angestoßener Oszillator* **[5 Punkte]**

Auf einen gedämpften harmonischen Oszillator mit ungestörter Bewegungsgleichung

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

wirke die Stoßkraft $F(t) = mv_0\delta(t - t_0)$. Berechnen Sie die Auslenkung des für $t < t_0$ ruhenden Oszillators und beachten Sie die übliche Fallunterscheidung für den gedämpften harmonischen Oszillator.
Hinweis: Verwenden Sie $\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{t_0-\varepsilon}^{t_0+\varepsilon} \mathrm{d}t\ \delta(t - t_0) = 1$.